Type 3 — Les anticipations mimétiques

Définition — Keynes (1936)

L'agent **imite** le comportement des autres agents, sans analyse propre.

Il suit la « *convention* » du marché.

Justification

Face à une forte incertitude, copier les autres est une **réponse rationnelle** à l'ignorance individuelle.

Risque majeur

Génère des **bulles spéculatives** et des **krachs financiers** par effets de contagion.

Le « concours de beauté » de Keynes

Analogie célèbre

Investir en Bourse ressemble à un concours de beauté où les juges votent non pour la **plus belle personne**, mais pour celle qu'ils croient que **les autres jugeront la plus belle**.

Implication pour les marchés

Les investisseurs cherchent à anticiper **ce que les autres croient** — et non la valeur **réelle** de l'actif.

$\Rightarrow$ Les prix peuvent s'éloigner durablement de la valeur fondamentale.

La volatilité — Définition et formule

Définition

La volatilité (σ) mesure **l'amplitude des variations de prix** d'un actif sur une période donnée.

C'est l'expression mathématique de **l'incertitude** sur les marchés.

Formule — Écart-type des rendements

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(R_i - \bar{R}\right)^2}{n-1}}$$

R_i = rendement période i $\bar{R}$ = rendement moyen

La question fondamentale

Rappel de la formule de la volatilité

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(R_i - \bar{R})^2}{n-1}}$$

où R_i = rendement de la période i et $\bar{R}$ = rendement moyen de l'échantillon.

Question centrale

Pourquoi le dénominateur est-il $n-1$ et non n ?

N'est-il pas plus naturel de diviser par le nombre total d'observations ?

Population versus échantillon

Si l'on connaît toute la population

La vraie variance σ^2 s'écrit :

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(R_i - \mu)^2$$

où μ est la **vraie moyenne** de la population entière (connue, déterministe). On divise bien par N.

En pratique sur les marchés financiers

On ne dispose jamais de toute la population des rendements. On travaille avec un **échantillon** de n observations et on **estime** la moyenne par $\bar{R}$.

Ce changement — utiliser $\bar{R}$ au lieu de μ — crée un **problème statistique** qui impose la correction de Bessel.

La contrainte cachée : une liberté perdue

Propriété fondamentale de la moyenne

Par construction, la somme des écarts à la moyenne est **toujours nulle** :

$$\sum_{i=1}^{n}(R_i - \bar{R}) = 0$$

Cette égalité est une **contrainte algébrique inévitable**.

Conséquence : degrés de liberté

Si l'on connaît $n-1$ écarts, le dernier est **entièrement déterminé** par la contrainte ci-dessus.

Exemple (5 observations) : si quatre écarts valent $+3\%$, -1%, $+2\%$, -2%, le cinquième vaut nécessairement -2%.

$\Rightarrow$ On n'a que $\mathrm{n}-1$ **degrés de liberté** (informations indépendantes), non pas n.

Diviser par n : un estimateur biaisé

Démonstration du biais

En espérance mathématique, si l'on divise par n :

$$\mathbb{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(R_i - \bar{R})^2\right] = \frac{n-1}{n}\sigma^2 \neq \sigma^2$$

Le résultat obtenu est **systématiquement inférieur** à la vraie variance σ^2 de la population.

On sous-estime donc le risque réel de l'actif.

Avec $n-1$: la correction de Bessel

$$\mathbb{E}\left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(R_i - \bar{R})^2\right] = \sigma^2 \quad \checkmark$$

L'estimateur est **sans biais** : en moyenne sur tous les échantillons possibles, on retrouve la vraie variance.

Exercice appliqué — Action OCP (BVC)

Données

Rendements mensuels observés de l'action **OCP S.A.** sur 5 mois (données illustratives) :

Mois	Jan.	Fév.	Mar.	Avr.	Mai	**Moyenne** $\bar{R}$
R_i (%)	$+2{,}0$	$+5{,}0$	$-1{,}0$	$+4{,}0$	$0{,}0$	$+2{,}0$

Questions

1. Calculer les écarts $(R_i - \bar{R})$ et vérifier leur somme.
2. Calculer σ en divisant par $n = 5$, puis par $n - 1 = 4$.
3. Interpréter la différence obtenue.

Corrigé — Étapes de calcul

Étape 1 : Écarts à la moyenne ($\bar{R} = 2\,\%$)

R_i	2	5	-1	4	0	
$R_i - \bar{R}$	0	$+3$	-3	$+2$	-2	**Somme** $= 0$ ✓
$(R_i - \bar{R})^2$	0	9	9	4	4	**Total** $= 26$

La contrainte $\sum(R_i - \bar{R}) = 0$ *est bien vérifiée.*

Étape 2 : Calcul de σ

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{26}{5}} = \sqrt{5{,}20} \approx 2{,}28\,\% \qquad \text{(division par } n\text{)}$$

$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{26}{4}} = \sqrt{6{,}50} \approx 2{,}55\,\% \qquad \text{(division par } n-1\text{)}$$

Comparaison des deux estimateurs

Critère	**Division par n**	**Division par $n-1$**
Valeur obtenue (σ)	2,28 %	2,55 %
Biais statistique	Biaisé vers le bas	Sans biais
Degrés de liberté utilisés	$n = 5$	n $- 1 = 4$
Formule valide si	Population entière connue	Échantillon (cas général)
Risque estimé	Sous-estimé	Correctement estimé
Usage en finance	Déconseillé	**Standard international**

Interprétation économique et enjeux pratiques

Pourquoi cela importe en finance

- **Sous-estimer** σ avec n revient à **sous-estimer le risque** de l'actif financier.
- Un gestionnaire de portefeuille qui utilise n pensera que l'action OCP est *moins volatile* qu'elle ne l'est réellement (2,28% au lieu de 2,55%).
- Cela conduit à des **décisions de couverture insuffisantes** et à une **mauvaise allocation du capital**.

Règle à retenir

$$\boxed{\text{Échantillon} \implies \text{Diviser par } n-1 \quad \text{(correction de Bessel)}}$$

Plus n est grand, plus la différence entre n et $n-1$ devient négligeable. Sur de longues séries (ex. BAM : données mensuelles sur 20 ans, $n = 240$), l'effet est minime. Sur des **petits échantillons**, il est décisif.

Synthèse : le raisonnement en un schéma

Chaîne logique de la correction de Bessel

1. On travaille sur un **échantillon** (n observations).
2. On **estime** μ par $\bar{R}$ calculé à partir du même échantillon.
3. Cela impose une contrainte : $\sum(R_i - \bar{R}) = 0$.
4. On perd **1 degré de liberté** : seuls $n - 1$ écarts sont indépendants.
5. Diviser par n **sous-estime** la variance réelle.
6. Diviser par $\mathrm{n} - 1$ **corrige** ce biais $\Rightarrow$ estimateur sans biais.

Référence

Friedrich Wilhelm Bessel (1784–1846), astronome prussien : cette correction fut d'abord utilisée pour estimer les erreurs de mesure astronomique avant d'être adoptée en statistique et en finance quantitative.

Les sources de volatilité des marchés

Sources informationnelles

- Annonces économiques et résultats
- Décisions de politique monétaire *(BAM, Fed, BCE)*
- Crises géopolitiques

Sources comportementales

- Comportements mimétiques
- Paniques financières collectives
- Bulles et corrections brutales

Idée clé

La volatilité n'est pas un dysfonctionnement — c'est la **signature naturelle de l'incertitude**.

Synthèse — Section I

Ce qu'il faut retenir

1. Les marchés produisent des **PRIX**, reflets des anticipations collectives.
2. L'information est **imparfaite, asymétrique et incomplète** $\rightarrow$ sélection adverse et aléa moral.
3. Les anticipations sont **rationnelles, adaptatives ou mimétiques**.
4. Le mimétisme explique les **bulles** et les **krachs**.
5. La **volatilité** est la manifestation naturelle de l'incertitude.

Application chiffrée — Tableau boursier BVC

Contexte

Vous êtes analyste stagiaire à la Bourse de Casablanca (BVC). Voici le tableau de clôture du **31 mars 2025** :

Entreprise	Cours ouv.	Cours clôt.	Information du jour
Maroc Telecom	145,00 DH	**138,50 DH**	Perte d'un contrat export (après ouverture)
OCP Group	420,00 DH	**437,00 DH**	Hausse des prix des phosphates (+8 %)
BCP	290,00 DH	290,00 DH	Aucune nouvelle significative

Q1. Calculez le taux de variation pour chaque action.

Q2. L'information était-elle anticipée (Maroc Telecom) ?

Q3. Lien entre information et volatilité ?

Correction — Q1 : Taux de variation

Formule

$$\text{Taux de variation(\%)} = \frac{P_{\text{clôture}} - P_{\text{ouverture}}}{P_{\text{ouverture}}} \times 100$$

Entreprise	Calcul	Résultat
Maroc Telecom	$\frac{138{,}50 - 145{,}00}{145{,}00} \times 100$	$-4{,}48\,\%$
OCP Group	$\frac{437{,}00 - 420{,}00}{420{,}00} \times 100$	$+4{,}05\,\%$
BCP	$\frac{290{,}00 - 290{,}00}{290{,}00} \times 100$	$0{,}00\,\%$

Correction — Q2 et Q3

Q2 — Information anticipée ?

Non. Le cours d'ouverture (145 DH) était normal. La chute est survenue *après* l'annonce.

$\Rightarrow$ Cela témoigne d'une **asymétrie d'information** : la nouvelle était inconnue du marché à l'ouverture.

Q3 — Information et volatilité

- OCP **(+4,05 %)** : bonne nouvelle → anticipations révisées à la hausse.
- Maroc Telecom **(–4,48 %)** : mauvaise nouvelle → anticipations révisées à la baisse.
- BCP **(0 %)** : aucune information → aucune révision → aucune volatilité.

Conclusion de l’application

Leçon fondamentale

Toute **information nouvelle**

modifie les **anticipations** des investisseurs

$\Downarrow$

Les **prix changent**

$\Downarrow$

C’est le mécanisme fondamental de la **volatilité**.

Les marchés financiers et l'incertitude

Section II — Risque, incertitude et valeur des actifs financiers

Pr. KHATTAB .A

FSJEST — Filière Politiques Économiques, S6

Plan — Section II

Contenu de cette section

1. La distinction Risque / Incertitude
2. La notion de valeur fondamentale
3. Le modèle de Gordon-Shapiro
4. Prix de marché vs valeur fondamentale
5. Les bulles spéculatives et les krachs

Application chiffrée — Gordon-Shapiro (BVC, DH)

Section II — Partie 1

Risque et incertitude : une distinction fondamentale

Knight (1921) · Keynes (1936)

Le risque — Définition

Définition — Frank Knight (1921)

Le **risque** désigne une situation où l'on connaît **l'ensemble des états possibles** du monde et leurs **probabilités**.

Le risque est donc **mesurable** et **calculable**.

Exemple concret

Un dé à six faces : on sait qu'il y a exactement $\frac{1}{6}$ de chance d'obtenir chaque face.

En finance : la probabilité de défaut d'un emprunteur, estimée à partir d'un historique de données.

L'incertitude — Définition

Définition — Knight (1921) / Keynes (1936)

L'**incertitude** désigne une situation où l'on **ne connaît pas** les probabilités des états futurs possibles — ou même les états eux-mêmes.

L'incertitude est **non mesurable** et **non calculable**.

Exemple concret

Personne ne pouvait calculer la probabilité de la crise financière de 2008 *avant* qu'elle survienne.

Au Maroc : l'impact futur du changement climatique sur les cours des phosphates d'OCP est **incertain**.

Risque vs Incertitude — Tableau comparatif

Critère	Risque	Incertitude
Probabilités	Connues et calculables	Inconnues ou inexistantes
Mesurabilité	Mesurable (variance, σ)	Non mesurable
Modélisation	Modèles probabilistes	Impossible à modéliser
Décision	Calcul optimal possible	Jugement et convention
Exemple	Probabilité de défaut	Crise financière imprévue

Message clé

Idée centrale

Les marchés financiers sont dominés

par **l'incertitude**

bien plus que par le **risque**.

Les modèles financiers **calculent le risque**,

mais ils **ne peuvent pas éliminer**

l'incertitude fondamentale.