

Exercices – Modèle de gravité

Calculs en niveaux, calibration de A , prédictions et scénarios



Rappel : forme utilisée et unité de mesure

Modèle utilisé :

$$T_{ij} = A \frac{Y_i Y_j}{D_{ij}}, \quad \text{avec } T_{ij} \text{ en milliards USD, } Y \text{ en milliards USD, } D \text{ en km.}$$

- ▶ On fixe $\alpha = \beta = \gamma = 1$ pour l'exercice.
- ▶ A est une constante d'échelle (même unité pour toutes les paires) qui convertit le ratio $\frac{Y_i Y_j}{D_{ij}}$ en *flux commerciaux observables*.
- ▶ **Calibration** : on choisit une paire (r, s) pour laquelle on dispose d'un flux observé T_{rs}^{obs} et on pose

$$A = \frac{T_{rs}^{obs} D_{rs}}{Y_r Y_s}.$$

Données (niveaux, sans logarithmes)

Les PIB Y sont en USD, les distances D en km, les flux T en USD.

Paire	Y_i	Y_j	D_{ij}	T_{ij}^{obs}
FR-DE	2900	4200	880	190
FR-IT	2900	2100	1100	120
FR-ES	2900	1500	1050	110
FR-UK	2900	3200	340	155
FR-US	2900	26000	6200	90
DE-NL	4200	1000	180	140



paire de référence

Consigne générale : calibrer A avec une paire de référence, puis calculer $T_{ij}^{pred} = A \frac{Y_i Y_j}{D_{ij}}$ pour les autres paires et comparer à T_{ij}^{obs} .

Exercice 1 – Calibration de A et prédictions

Étape 1. Choisir la paire **FR–DE** comme référence.

$A =$



Exercice 1 – Calibration de A et prédictions

Étape 1. Choisir la paire **FR–DE** comme référence.

$$A = \frac{T_{FR,DE}^{obs} D_{FR,DE}}{Y_{FR} Y_{DE}} =$$



Exercice 1 – Calibration de A et prédictions

Étape 1. Choisir la paire **FR–DE** comme référence.

$$A = \frac{T_{FR,DE}^{obs} D_{FR,DE}}{Y_{FR} Y_{DE}} = \frac{190 \times 880}{(2\,900) \times (4\,200)} \approx 0.0139.$$

Exercice 1 – Calibration de A et prédictions

Étape 1. Choisir la paire **FR–DE** comme référence.

$$A = \frac{T_{FR,DE}^{obs} D_{FR,DE}}{Y_{FR} Y_{DE}} = \frac{190 \times 880}{(2\,900) \times (4\,200)} \approx 0.0139.$$

Étape 2. Calculer pour chaque autre paire :

$$T_{ij}^{pred} = A \frac{Y_i Y_j}{D_{ij}}.$$

Exemple : **FR–IT**

$$T_{FR,IT}^{pred} =$$



Exercice 1 – Calibration de A et prédictions

Étape 1. Choisir la paire **FR–DE** comme référence.

$$A = \frac{T_{FR,DE}^{obs} D_{FR,DE}}{Y_{FR} Y_{DE}} = \frac{190 \times 880}{(2\,900) \times (4\,200)} \approx 0.0139.$$

Étape 2. Calculer pour chaque autre paire :

$$T_{ij}^{pred} = A \frac{Y_i Y_j}{D_{ij}}.$$

Exemple : **FR–IT**

$$T_{FR,IT}^{pred} = 0.0139 \times \frac{(2\,900) \times (2\,100)}{1\,100} = 0.0139 \times 5\,536.36 \approx 77.0.$$

Comparer à $T_{FR,IT}^{obs} = 120$ (le modèle simple sous-prédit ici : coûts non observés, frontière, langue, etc.).

Exercice 1 – Résultats à compléter (calculer à la main)

Paire	$Y_i Y_j / D_{ij}$	T^{pred}	T^{obs}	Écart ($pred - obs$)
FR-IT	5 536.36	77.0	120	
FR-ES	4 142.86	57.7	110	
FR-UK	27 294.12		155	
FR-US	12 161.29		90	
DE-NL	23 333.33		140	

Questions rapides pour discussion

- ▶ Pourquoi certaines paires sont-elles *sur-prévues* (FR-UK, DE-NL) et d'autres *sous-prévues* ?
- ▶ Quelles variables manquent à ce modèle ? (frontière, langue, accords, coûts logistiques, composition sectorielle...)

Exercice 1 – Résultats à compléter (calculer à la main)

Paire	$Y_i Y_j / D_{ij}$	T^{pred}	T^{obs}	Écart ($pred - obs$)
FR-IT	5 536.36	77.0	120	
FR-ES	4 142.86	57.7	110	
FR-UK	27 294.12	380.9	155	
FR-US	12 161.29	169.1	90	
DE-NL	23 333.33	324.1	140	

Questions rapides pour discussion

- ▶ Pourquoi certaines paires sont-elles *sur-prévues* (FR-UK, DE-NL) et d'autres *sous-prévues* ?
- ▶ Quelles variables manquent à ce modèle ? (frontière, langue, accords, coûts logistiques, composition sectorielle...)

1. Comprendre les écarts entre T^{pred} et T^{obs}

Observation empirique

Une fois le modèle calibré, on compare les flux prédis T_{ij}^{pred} avec les flux observés T_{ij}^{obs} .

- Si $T^{pred} > T^{obs}$: le modèle **sur-prédit** \Rightarrow commerce réel plus faible que prévu.
- Si $T^{pred} < T^{obs}$: le modèle **sous-prédit** \Rightarrow commerce réel plus élevé que prévu.

Idée clé : ces écarts reflètent des **frictions** ou **facilités commerciales** non incluses dans la version simple du modèle (distance, PIB).

2. Cas 1 : le modèle **sur-prédit** (exemple France–Royaume-Uni)

- Résultat : $T_{FR,UK}^{pred} \approx 380$ vs $T_{FR,UK}^{obs} = 155$
- ⇒ le commerce observé est **environ 60% plus faible** que prévu.

Interprétation économique :

- Coûts non pris en compte :
 - Barrières réglementaires et normes post-Brexit.
 - Monnaies différentes (pas dans la zone euro).
 - Absence de frontière terrestre ⇒ coûts logistiques (ports, tunnel).
 - Spécialisation sectorielle : forte part de services (finance) peu “tradables”.
- ⇒ Le modèle “taille–distance” surévalue les échanges car il ignore ces frictions.

En résumé : sur-prédiction = commerce freiné par des coûts cachés.

3. Cas 2 : le modèle **sous-prédit** (exemple France–Italie)

- Résultat : $T_{FR,IT}^{pred} \approx 77$ vs $T_{FR,IT}^{obs} = 120$
- ⇒ le commerce observé est **plus fort** que ce que prévoit le modèle.

Interprétation économique :

- Facteurs positifs non inclus :
 - Frontière commune et infrastructures (routes, tunnels alpins).
 - Langue et culture proches, flux touristiques importants.
 - Intégration européenne (Union européenne, zone euro).
 - Chaînes de valeur industrielles communes (automobile, agroalimentaire).
- ⇒ Le modèle “taille–distance” sous-estime les échanges car il ignore ces facilités.

En résumé : sous-prédiction = intégration ou proximité accrue entre pays.

Exercice 2 – Sensibilité à la distance (scénario)

Situation : amélioration logistique FR-US réduisant la « distance économique » de 20 %.



Exercice 2 – Sensibilité à la distance (scénario)

Situation : amélioration logistique FR-US réduisant la « distance économique » de 20 %.

Nouvelle distance $D'_{FR,US} = 0,8 \times 6\,200 = 4\,960$ km.

$$T_{FR,US}^{pred'} = A \frac{Y_{FR} Y_{US}}{D'_{FR,US}} = 0.0139 \times \frac{(2\,900) \times (26\,000)}{4\,960} \approx 211.4.$$

Variation attendue : de 169.1 (prédiction initiale) à 211.4 $\Rightarrow \approx +25\%$.

Exercice 3 – Calibration alternative de A

On peut **moyenner** la calibration sur plusieurs paires pour lisser l'aléa de mesure :

$$A_k = \frac{T_k^{obs} D_k}{Y_i Y_j} \quad \text{pour chaque paire } k, \quad \bar{A} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K A_k.$$

Tâche : calculer A avec FR-DE et DE-NL, puis prendre \bar{A} , et recalculer les T^{pred} .

- ▶ Discuter : la moyenne améliore-t-elle l'adéquation globale ? Sur quelles paires l'écart se réduit-il ?