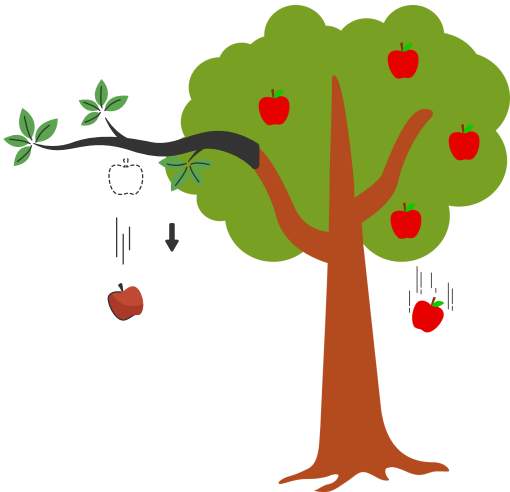
# Le modèle de gravité du commerce international



# Origine et intuition du modèle



Le **modèle de gravité** est une relation empirique simple et robuste qui explique les **échanges commerciaux bilatéraux**. Il s'inspire de la loi de Newton : deux corps s'attirent d'autant plus qu'ils sont massifs et d'autant moins qu'ils sont éloignés.

**Idée centrale :**

- Le commerce entre deux pays augmente avec la **taille de leurs économies** (PIB élevés).
- Il diminue avec la **distance géographique** (coûts de transport, différences culturelles, information).

**Forme de base :**

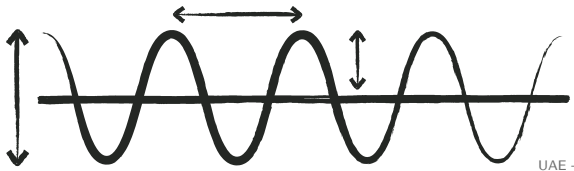
$$T_{ij} = A\frac{Y_i^{\alpha} Y_j^{\beta}}{D_{ij}^{\gamma}}$$



# Signification des variables



| Symbole | Signification | Interprétation économique |
|---|---|---|
| $T_{ij}$ | Commerce entre $i$ et $j$ | Volume d'échanges bilatéraux |
| $Y_i, Y_j$ | PIB des pays $i$ et $j$ | Taille économique, production et demande |
| $D_{ij}$ | Distance géographique | Coût de transport et d'information |
| $A$ | Constante d'ajustement globale | Niveau moyen du commerce mondial |
| $\alpha, \beta$ | Élasticités par rapport au PIB | Sensibilité à la taille économique |
| $\gamma$ | Élasticité-distance | Sensibilité aux frictions géographiques |



# Rôle et interprétation des paramètres



**Constante $A$ :**

- Ajuste le niveau moyen des échanges dans le monde.
- Capte les effets globaux non observés (barrières, logistique, ouverture).
- Si $A > 1$ : commerce plus intense que prévu. Si $A < 1$ : commerce plus faible.

**Coefficients $\alpha, \beta, \gamma$ :**

- Ce sont des **élasticités**, c'est-à-dire des sensibilités exprimées en pourcentages.
- $\alpha$ : $+1\%$ de PIB du pays exportateur $\Rightarrow +\alpha\%$ de commerce.
- $\beta$ : $+1\%$ de PIB du pays importateur $\Rightarrow +\beta\%$ de commerce.
- $\gamma$ : $+1\%$ de distance $\Rightarrow \gamma\%$ de commerce.

**Ordres de grandeur empiriques :**

$$\alpha \approx 1, \quad \beta \approx 1, \quad \gamma \in [0.8; 1.5]$$

# Lecture intuitive du modèle



Le modèle exprime un équilibre entre deux forces opposées :

**Forces d'attraction :**

- Taille des économies (PIB élevés)
- Pouvoir d'achat et variété
- Économies d'échelle

**Forces de friction :**

- Distance géographique
- Coûts de transport et barrières commerciales
- Différences culturelles et linguistiques

**Conséquence :** Les grands pays proches échangent beaucoup (France–Allemagne) alors que les petits pays éloignés échangent peu.

# Pourquoi passer à une version *log-linéaire* ?



Modèle de base :

$$T_{ij} = A \frac{Y_i^{\alpha} Y_j^{\beta}}{D_{ij}^{\gamma}}$$

**Problème :** ce modèle est non-linéaire (les variables sont en puissances).
**Solution :** on prend le logarithme pour le rendre **linéaire** :

$$\ln T_{ij} = \ln A + \alpha \ln Y_i + \beta \ln Y_j - \gamma \ln D_{ij}$$

**Avantages du passage au log :**

- permet une **régression linéaire (OLS)** simple à estimer ;
- les coefficients deviennent des **élasticités** interprétables ;
- on peut ajouter facilement d'autres variables (frontière, langue, union, etc.) ;
- les logs réduisent les **valeurs extrêmes**, stabilisant la régression.

# Transformation mathématique et intuition



**Étape 1 — Linéarisation :**

$$T_{ij} = A\frac{Y_i^{\alpha} Y_j^{\beta}}{D_{ij}^{\gamma}} \quad \Longrightarrow \quad \ln T_{ij} = \ln A + \alpha \ln Y_i + \beta \ln Y_j - \gamma \ln D_{ij}$$

**Étape 2 — Modèle estimable :**

$$\boxed{\ln T_{ij} = c + \alpha \ln Y_i + \beta \ln Y_j - \gamma \ln D_{ij} + \varepsilon_{ij}}$$

où $c = \ln A$ et $\varepsilon_{ij}$ est un terme d'erreur aléatoire.
**Idée intuitive :** On ne s'intéresse plus aux *niveaux* absolus des échanges, mais à leur **variation proportionnelle** (en %). → Les élasticités traduisent la sensibilité relative du commerce.

# Lecture économique des coefficients

**Interprétation directe (élasticités) :**

$$\ln T_{ij} = c + \alpha \ln Y_i + \beta \ln Y_j - \gamma \ln D_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

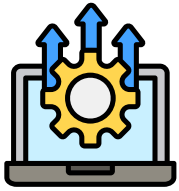


- $\alpha$ : élasticité du commerce par rapport au PIB du pays exportateur. $+1\%$ de $Y_i$ $\Rightarrow +\alpha\%$ de $T_{ij}$.
- $\beta$ : élasticité du commerce par rapport au PIB du pays importateur. $+1\%$ de $Y_j$ $\Rightarrow +\beta\%$ de $T_{ij}$.
- $\gamma$ : élasticité du commerce par rapport à la distance. $+1\%$ de distance $\Rightarrow \gamma\%$ de commerce.
- $c = \ln A$ : constante moyenne du commerce mondial (niveau général des échanges).

**En pratique :**

$$\alpha \approx 1, \quad \beta \approx 1, \quad \gamma \in [0.8; 1.5]$$

# Version empirique enrichie



Pour capturer d'autres facteurs structurels, on ajoute $Z_{ij}$ :

$$\ln T_{ij} = c + \alpha \ln Y_i + \beta \ln Y_j - \gamma \ln D_{ij} + \delta' Z_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

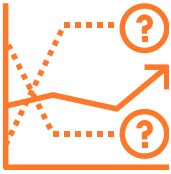
**Exemples de variables $Z_{ij}$ :**

- Langue commune ;
- Frontière partagée ;
- Accord commercial ou union douanière ;
- Histoire coloniale, ou appartenance à une même région économique.

**Lecture empirique :**

- $\delta_{\text{langue}} > 0 \Rightarrow$ la langue commune favorise le commerce ;
- $\delta_{\text{frontière}} > 0 \Rightarrow$ proximité géographique accrue ;
- $\delta_{\text{union}} > 0 \Rightarrow$ effet d'intégration régionale (UE, ALENA...).

# Exemple d'estimation typique (valeurs fictives)




**Résultat d'une estimation fictive (OLS) :**

$$\widehat{\ln T_{ij}} = 0.18 + 0.95 \ln Y_i + 1.02 \ln Y_j - 1.10 \ln D_{ij}$$

**Lecture :**

- $\widehat{\alpha} = 0.95$ : une hausse de 10% du PIB du pays $i$ $\Rightarrow \approx +9{,}5\%$ d'échanges.
- $\widehat{\beta} = 1.02$ : une hausse de 10% du PIB du pays $j$ $\Rightarrow \approx +10{,}2\%$ d'échanges.
- $\widehat{\gamma} = 1.10$ : une hausse de 10% de la distance $\Rightarrow \approx 11\%$ d'échanges.
- $\widehat{c} = 0.18$ : niveau moyen du commerce (équivalent à $\ln A$).

**Remarque :** ces valeurs sont illustratives pour comprendre le **sens des coefficients**.

# Mini-application numérique

**Données :**

$$\alpha = 0.95,\ \beta = 1.02,\ \gamma = 1.10$$

Un pays $i$ augmente son PIB de 5%, le pays $j$ de 2%, et la distance reste identique.
**Variation prédite :**



# Mini-application numérique

**Données :**

$$\alpha = 0.95,\ \beta = 1.02,\ \gamma = 1.10$$

Un pays $i$ augmente son PIB de 5%, le pays $j$ de 2%, et la distance reste identique.
**Variation prédite :**

$$\Delta\%\ T_{ij} \approx \alpha \times 5\% + \beta \times 2\% - \gamma \times 0\% = 0.95 \times 5 + 1.02 \times 2 = 6.79\%$$

**Résultat :** le commerce bilatéral devrait augmenter d'environ **6,8%**.

# Exemple chiffré simplifié

**Hypothèses :**

$Y_{FR} = 3,\ Y_{DE} = 4.5,\ Y_{US} = 27,\ D_{FR,DE} = 900,\ D_{FR,US} = 6100,\ \alpha = \beta = 1,\ \gamma = 1.1,$

A=1



# Exemple chiffré simplifié

**Hypothèses :**

$$Y_{FR} = 3,\ Y_{DE} = 4.5,\ Y_{US} = 27,\ D_{FR,DE} = 900,\ D_{FR,US} = 6100,\ \alpha = \beta = 1,\ \gamma = 1.1,$$

A=1

**Calculs :**

$$T_{FR,DE} = \frac{3 \times 4.5}{900^{1.1}} \approx 7.6 \times 10^{-3}, \quad T_{FR,US} = \frac{3 \times 27}{6100^{1.1}} \approx 5.6 \times 10^{-3}$$

**Interprétation :** Malgré un PIB américain beaucoup plus élevé, la distance réduit fortement les échanges.

# Portée et interprétation globale

Le modèle de gravité montre que :

- La mondialisation dépend structurellement de la **taille des marchés** et de la **proximité géographique**.
- Les différences de commerce s'expliquent davantage par des facteurs **structurels** que par la seule politique commerciale.
- C'est aujourd'hui le **modèle empirique le plus robuste** de l'économie internationale.

**En résumé :**

$$T_{ij} = A\frac{Y_i^{\alpha} Y_j^{\beta}}{D_{ij}^{\gamma}} \quad \Rightarrow \quad \text{Commerce} = \text{Taille} - \text{Distance} + \text{Intégration}$$

# Exercices – Modèle de gravité

## Calculs en niveaux, calibration de $A$, prédictions et scénarios



# Rappel : forme utilisée et unité de mesure

**Modèle utilisé** :

$$T_{ij} = A\,\frac{Y_i\,Y_j}{D_{ij}}, \qquad \text{avec } T_{ij} \text{ en milliards USD, } Y \text{ en milliards USD, } D \text{ en km.}$$

- On **fixe** $\alpha = \beta = \gamma = 1$ pour l'exercice.
- $A$ est une constante d'échelle (même unité pour toutes les paires) qui convertit le ratio $\dfrac{Y_i Y_j}{D_{ij}}$ en *flux commerciaux* observables.
- **Calibration** : on choisit une paire $(r, s)$ pour laquelle on dispose d'un flux observé $T_{rs}^{obs}$ et on pose

$$A = \frac{T_{rs}^{obs}\,D_{rs}}{Y_r\,Y_s}.$$

# Données (niveaux, sans logarithmes)

Les PIB $Y$ sont en USD, les distances $D$ en km, les flux $T$ en USD.

| Paire | $Y_i$ | $Y_j$ | $D_{ij}$ | $T_{ij}^{obs}$ |
|---|---|---|---|---|
| FR–DE | 2 900 | 4 200 | 880 | 190 |
| FR–IT | 2 900 | 2 100 | 1 100 | 120 |
| FR–ES | 2 900 | 1 500 | 1 050 | 110 |
| FR–UK | 2 900 | 3 200 | 340 | 155 |
| FR–US | 2 900 | 26 000 | 6 200 | 90 |
| DE–NL | 4 200 | 1 000 | 180 | 140 |



**paire de référence**

**Consigne générale** : calibrer $A$ avec *une* paire de référence, puis calculer $T_{ij}^{pred} = A \dfrac{Y_i Y_j}{D_{ij}}$ pour les autres paires et comparer à $T_{ij}^{obs}$.

# Exercice 1 – Calibration de $A$ et prédictions

**Étape 1.** Choisir la paire **FR–DE** comme référence.

$A =$



# Exercice 1 – Calibration de $A$ et prédictions

**Étape 1.** Choisir la paire **FR–DE** comme référence.

$$A = \frac{T^{obs}_{FR,DE}\, D_{FR,DE}}{Y_{FR}\, Y_{DE}} =$$



# Exercice 1 – Calibration de $A$ et prédictions

**Étape 1.** Choisir la paire **FR–DE** comme référence.

$$A = \frac{T^{obs}_{FR,DE}\, D_{FR,DE}}{Y_{FR}\, Y_{DE}} = \frac{190 \times 880}{(2\,900) \times (4\,200)} \approx 0.0139.$$

# Exercice 1 – Calibration de $A$ et prédictions

**Étape 1.** Choisir la paire **FR–DE** comme référence.

$$A = \frac{T^{obs}_{FR,DE}\, D_{FR,DE}}{Y_{FR}\, Y_{DE}} = \frac{190 \times 880}{(2\,900) \times (4\,200)} \approx 0.0139.$$

**Étape 2.** Calculer pour chaque autre paire :

$$T^{pred}_{ij} = A\, \frac{Y_i\, Y_j}{D_{ij}}.$$

**Exemple : FR–IT**

$$T^{pred}_{FR,IT} =$$



# Exercice 1 – Calibration de $A$ et prédictions

**Étape 1.** Choisir la paire **FR–DE** comme référence.

$$A = \frac{T^{obs}_{FR,DE}\, D_{FR,DE}}{Y_{FR}\, Y_{DE}} = \frac{190 \times 880}{(2\,900) \times (4\,200)} \approx 0.0139.$$

**Étape 2.** Calculer pour chaque autre paire :

$$T^{pred}_{ij} = A\, \frac{Y_i\, Y_j}{D_{ij}}.$$

**Exemple : FR–IT**

$$T^{pred}_{FR,IT} = 0.0139 \times \frac{(2\,900) \times (2\,100)}{1\,100} = 0.0139 \times 5\,536.36 \approx 77.0.$$

Comparer à $T^{obs}_{FR,IT} = 120$ (le modèle simple sous-prédit ici : coûts non observés, frontière, langue, etc.).

# Exercice 1 – Résultats à compléter (calculer à la main)

| Paire | $Y_i Y_j / D_{ij}$ | $T^{pred}$ | $T^{obs}$ | Écart ($pred - obs$) |
|---|---|---|---|---|
| FR–IT | 5 536.36 | 77.0 | 120 | |
| FR–ES | 4 142.86 | 57.7 | 110 | |
| FR–UK | 27 294.12 |  | 155 | |
| FR–US | 12 161.29 | | 90 | |
| DE–NL | 23 333.33 | | 140 | |

**Questions rapides pour discussion**

- Pourquoi certaines paires sont-elles *sur-prévues* (FR–UK, DE–NL) et d'autres *sous-prévues* ?
- Quelles variables manquent à ce modèle ? (frontière, langue, accords, coûts logistiques, composition sectorielle...)

# Exercice 1 – Résultats à compléter (calculer à la main)

| Paire | $Y_i Y_j / D_{ij}$ | $T^{pred}$ | $T^{obs}$ | Écart ($pred - obs$) |
|---|---|---|---|---|
| FR–IT | 5 536.36 | 77.0 | 120 | |
| FR–ES | 4 142.86 | 57.7 | 110 | |
| FR–UK | 27 294.12 | 380.9 | 155 | |
| FR–US | 12 161.29 | 169.1 | 90 | |
| DE–NL | 23 333.33 | 324.1 | 140 | |

**Questions rapides pour discussion**

- Pourquoi certaines paires sont-elles *sur-prévues* (FR–UK, DE–NL) et d'autres *sous-prévues* ?
- Quelles variables manquent à ce modèle ? (frontière, langue, accords, coûts logistiques, composition sectorielle...)