

Droite d'Isocoût et la Contrainte de Coût à Long Terme

La Droite d'Isocoût

Définition :

- La droite d'isocoût représente toutes les combinaisons de deux facteurs de production (par exemple, le travail L et le capital K) que le producteur peut acheter pour un coût total donné.
- L'équation de la droite d'isocoût est donnée par $C = wL + rK$, où C est le prix total, w est le salaire (coût du travail) et r est le prix du capital.

Contrainte de Coût du Producteur à Long Terme

Importance :

- À long terme, tous les facteurs de production sont variables. Le producteur ajuste la combinaison de L et K pour produire à un coût minimal.
- L'optimum de production est atteint là où l'isocoûte est tangent à l'isoquante, indiquant la combinaison la plus efficace des facteurs de production.

Exercice: La Droite d'Isocoût

Énoncé : Supposons qu'un producteur ait un budget de 1000€, avec un coût de travail $w = 20$ et un coût de capital $r = 50$. L'objectif est de trouver la combinaison de L et K qui lui permet de produire 50 unités du bien ($Q = 50$) de la manière la plus efficace.

Solution : Utilisez l'équation de la droite d'isocoût pour déterminer les combinaisons de L et K possibles. Ensuite, identifiez la combinaison qui permet de toucher l'isoquante pour $Q = 50$ au point le plus bas possible.

Graphique de la Droite d'isocoût

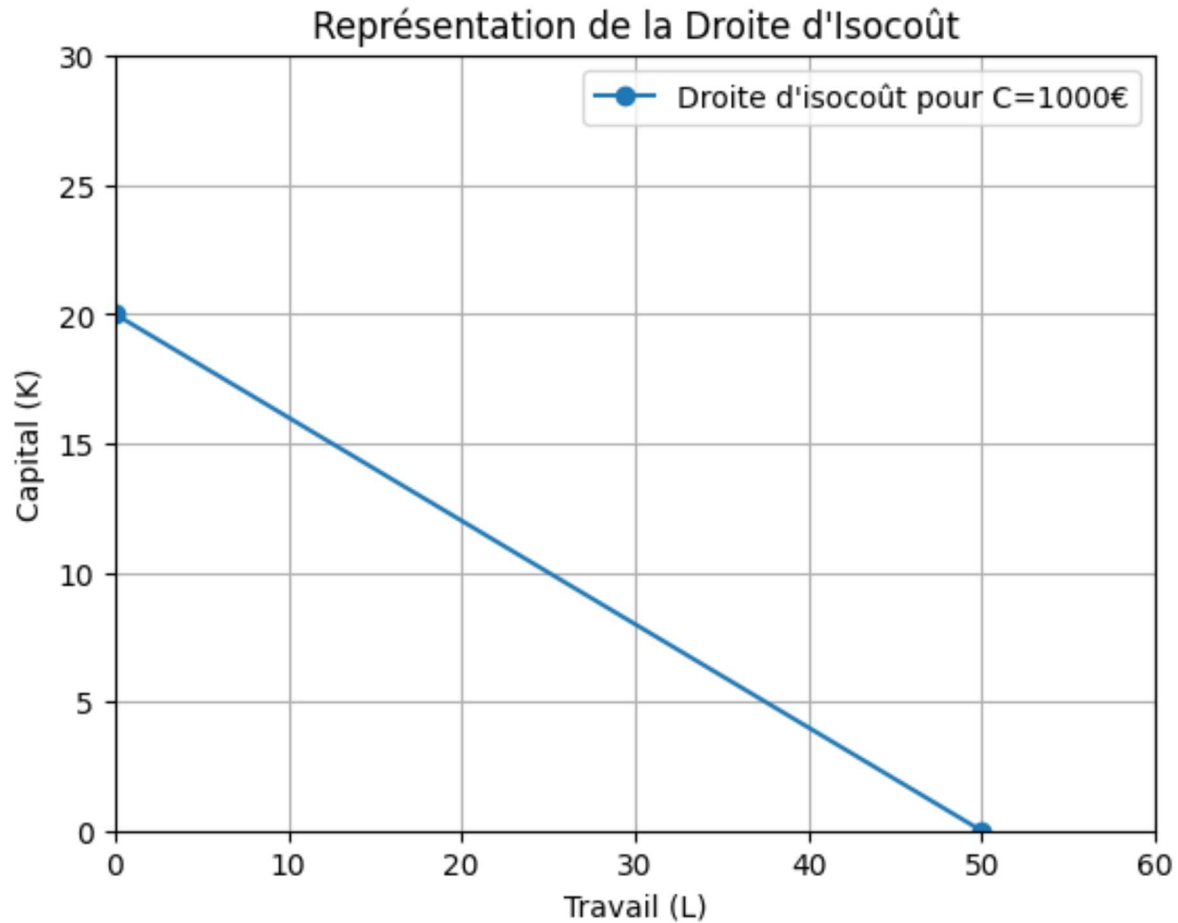


Figure: Droite d'isocoût du producteur

Sentier d'Expansion et Optimisation de la Production

Qu'est-ce que le Sentier d'Expansion ?

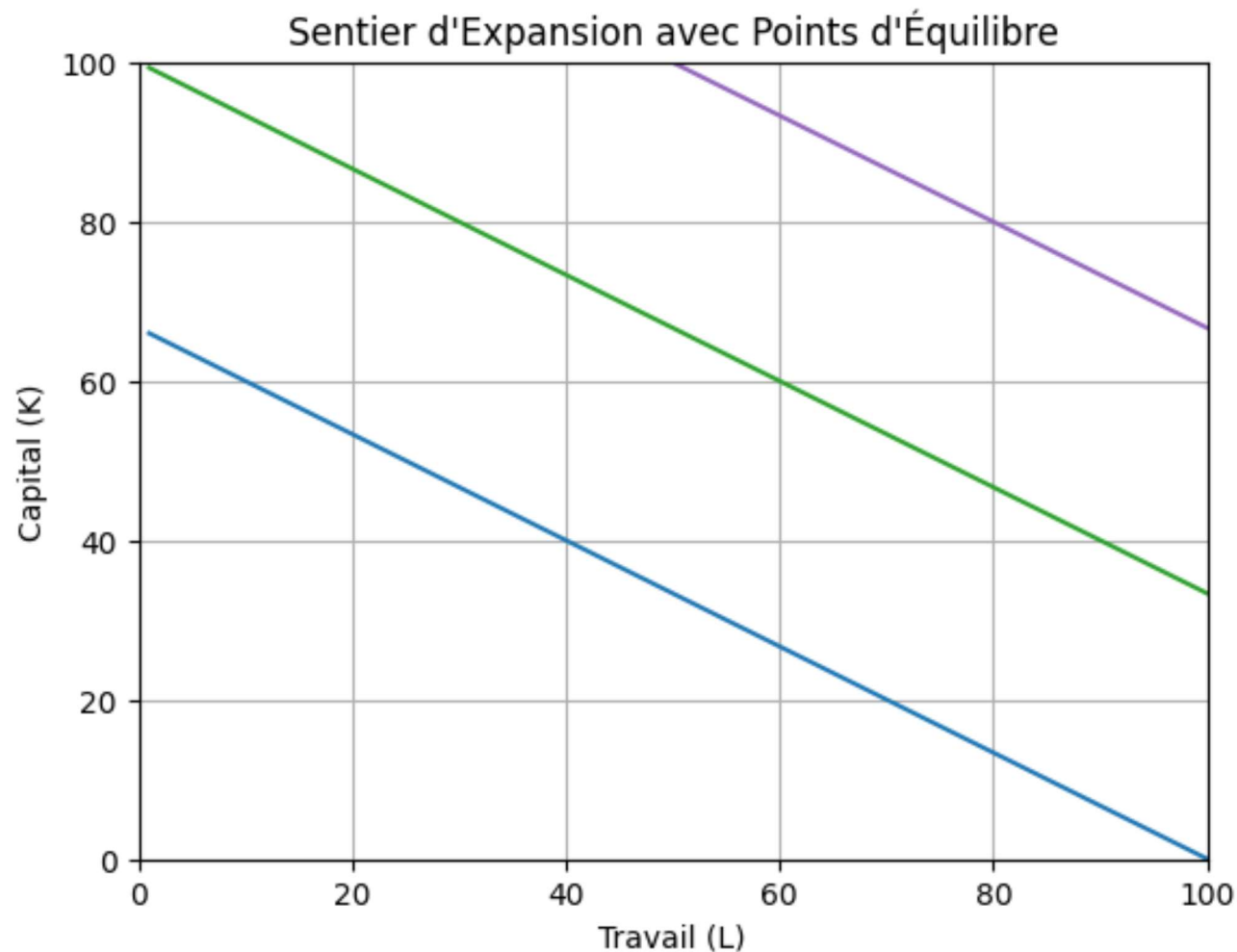
Le sentier d'expansion décrit la manière dont une entreprise ajuste sa combinaison de facteurs de production pour maximiser sa production tout en maintenant l'efficacité, compte tenu d'une contrainte de coût ou d'un objectif de production spécifique.

Pourquoi est-il Important ?

- Il aide à identifier la combinaison la plus coût-efficace de capital et de travail à différents niveaux de production.
- Il montre le chemin d'une croissance de production efficace dans le long terme.

Représentation Graphique

Le sentier d'expansion peut être visualisé sur un graphique où les axes représentent les quantités de travail (L) et de capital (K). Les points sur le sentier indiquent la combinaison optimale de L et K pour différents niveaux de production.



Utilisation du Sentier d'Expansion

Les entreprises utilisent le sentier d'expansion pour prendre des décisions stratégiques sur l'achat de nouveaux équipements, l'embauche de personnel supplémentaire, et l'expansion de la capacité de production en fonction de la demande anticipée et des objectifs de croissance.

Sentier d'expansion : Équilibre entre l'isoquante et l'isocoût

- L'équilibre entre l'isoquante et l'isocoût est fondamental dans la théorie de la production.
- Il montre la combinaison optimale de facteurs de production pour atteindre un niveau de production souhaité au coût le plus bas.

Isoquante et Isocoût

- **Isoquante** : Courbe montrant toutes les combinaisons de facteurs de production donnant le même niveau de production.
- **Isocoût** : Ligne représentant toutes les combinaisons de facteurs de production que l'entreprise peut se permettre pour un certain budget.

- **L'équilibre** est atteint quand l'isoquante est tangente à l'isocoût.
- Cela signifie que le Taux Marginal de Substitution Technique (TMST) entre les facteurs est égal au rapport de leurs prix.

$$TMST = \frac{p_t}{p_k} \quad (1)$$

où,

- $TMST$ est le taux marginal de substitution technique.
- p_t est le prix du premier facteur (ex. coût du travail).
- p_k est le prix du second facteur (ex. coût du capital).

Exemple avec Cobb-Douglas

$$\frac{\alpha \cdot \frac{K}{L}}{\beta} = \frac{P_t}{P_k} \quad (2)$$

Cela illustre comment une entreprise optimise sa production en équilibrant les coûts des facteurs de production.

Justification équilibre Cobb-Douglas

La fonction de production Cobb-Douglas est exprimée comme :

$$Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

où,

- Q est la quantité produite,
- L est le travail,
- K est le capital,
- A est un facteur de productivité,
- α et β sont les élasticités de la production par rapport au travail et au capital, respectivement.

Productivité Marginale

La productivité marginale du travail (MP_L) et du capital (MP_K) sont :

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = A\alpha L^{\alpha-1} K^{\beta}$$

$$MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K} = A\beta L^{\alpha} K^{\beta-1}$$

Taux Marginal de Substitution Technique (TMST)

Le TMST est le ratio des productivités marginales :

$$TMST = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{K}{L}$$

Condition d'Optimalité = Équilibre

À l'optimalité, le TMST est égal au rapport des prix des facteurs de production :

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K}$$

Ceci implique que :

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{K}{L} = \frac{P_L}{P_K}$$

où,

- P_L est le prix du travail,
- P_K est le prix du capital.

Cette égalité guide l'entreprise dans l'ajustement de sa combinaison de travail et de capital pour minimiser les coûts de production.

Conclusion

Comprendre l'équilibre entre l'isoquante et l'isocoût aide les entreprises à prendre des décisions éclairées sur la manière d'allouer leurs ressources pour maximiser la production tout en minimisant les coûts.

Définition de la Fonction de Lagrange

- Fonction de production Cobb-Douglas: $Q = L^{0.5} K^{0.5}$
- Prix des facteurs: $w = 10$ pour le travail L , $r = 20$ pour le capital K .
- Objectif: Déterminer le sentier d'expansion pour $Q = 10, 20, 30$.

$$L = L^{0.5} K^{0.5} - \lambda(wL + rK - C)$$

où λ est le multiplicateur de Lagrange.

Dérivation et Conditions d'Optimalité

- Dérivez la fonction de Lagrange par rapport à L , K , et λ pour établir les conditions d'optimalité.
- Résolvez le système d'équations résultant pour chaque niveau de production Q .

Dérivées partielles:

$$\frac{\partial L}{\partial L} = 0.5K^{0.5}L^{-0.5} - 10\lambda,$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = 0.5K^{-0.5}L^{0.5} - 20\lambda,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -(wL + rK - C) = 0$$

Introduction

Nous examinons comment déterminer les quantités optimales de travail L et de capital K nécessaires pour produire un niveau de production $Q = 10$ en utilisant une fonction de production Cobb-Douglas.

Étape 1: Exprimer K en fonction de L et Q

La fonction de production Cobb-Douglas est donnée par:

$$Q = L^{0.5} K^{0.5}$$

Pour $Q = 10$, exprimons K en fonction de L :

$$K = \left(\frac{10}{L^{0.5}} \right)^2$$

Cette expression nous permet de réduire le nombre de variables dans notre problème d'optimisation.

Étape 2: Substituer dans les conditions d'optimalité

Nous utilisons les conditions d'optimalité dérivées de la fonction de Lagrange:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= 0.5K^{0.5}L^{-0.5} - 10\lambda \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} &= 0.5K^{-0.5}L^{0.5} - 20\lambda\end{aligned}$$

En substituant l'expression de K trouvée précédemment, nous pouvons résoudre le système en fonction de L et λ .

Étape 3: Résolution pour L et K

En résolvant le système d'équations, nous trouvons les valeurs optimales pour L et λ . Pour une production de $Q = 10$ unités:

- $L = 14.14$
- Substituant L dans l'expression de K , nous obtenons $K = 7.07$.

Ces valeurs indiquent les quantités de travail et de capital nécessaires pour atteindre le niveau de production souhaité de manière optimale.

Conclusion

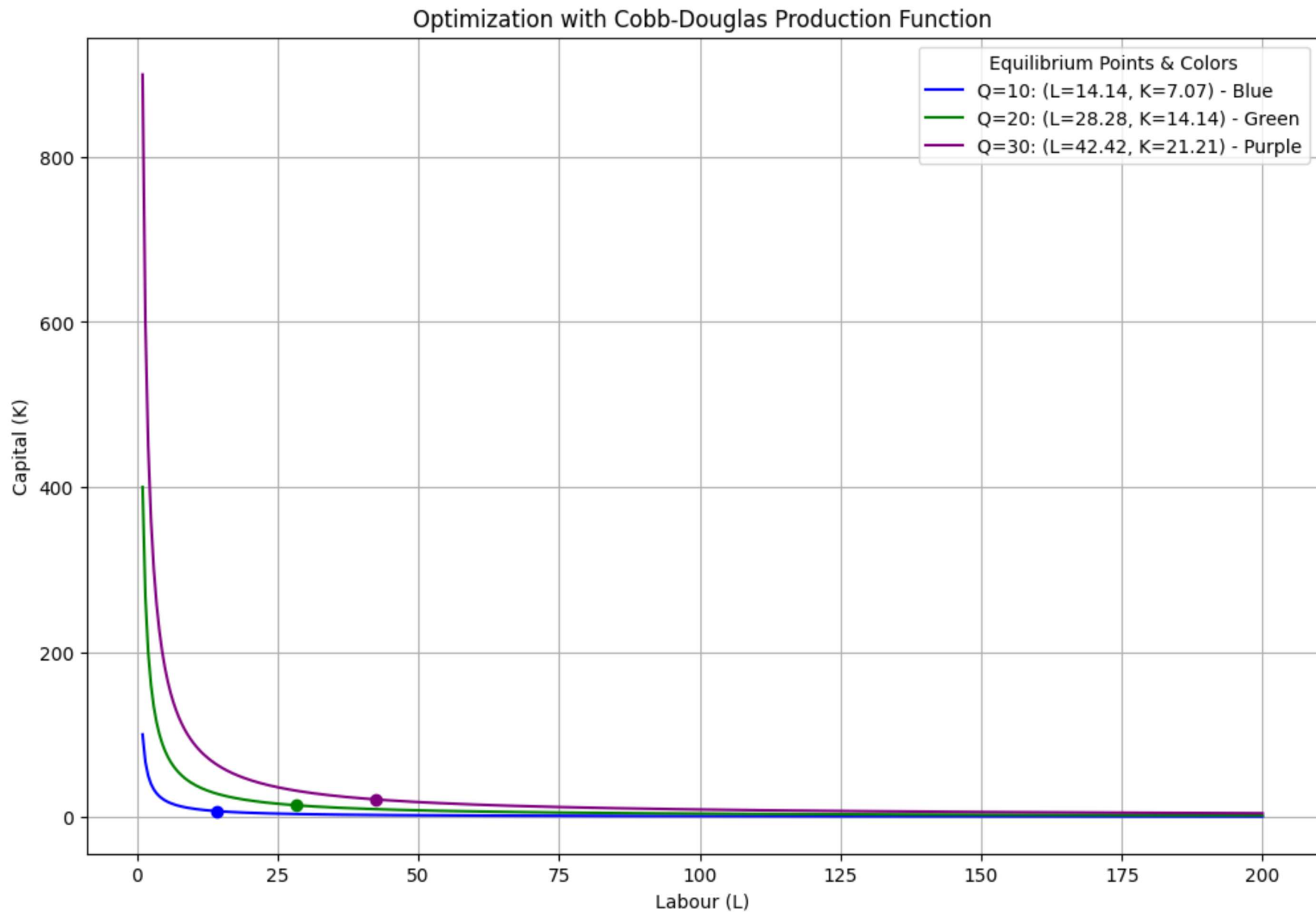
Cette méthode démontre l'utilisation de l'analyse mathématique pour résoudre des problèmes d'optimisation en économie. En suivant ces étapes, nous pouvons déterminer efficacement les quantités de facteurs de production nécessaires pour atteindre différents niveaux de production.

Solutions pour $Q = 10, 20, 30$

- Pour $Q = 10$: $L = 14.14$, $K = 7.07$
- Pour $Q = 20$: $L = X$, $K = Y$ (Calculez ces valeurs)
- Pour $Q = 30$: $L = Z$, $K = W$ (Calculez ces valeurs)

Ces solutions représentent les quantités optimales de L et K pour chaque niveau de production, suivant le sentier d'expansion de l'entreprise.

Graphique sentier d'expansion



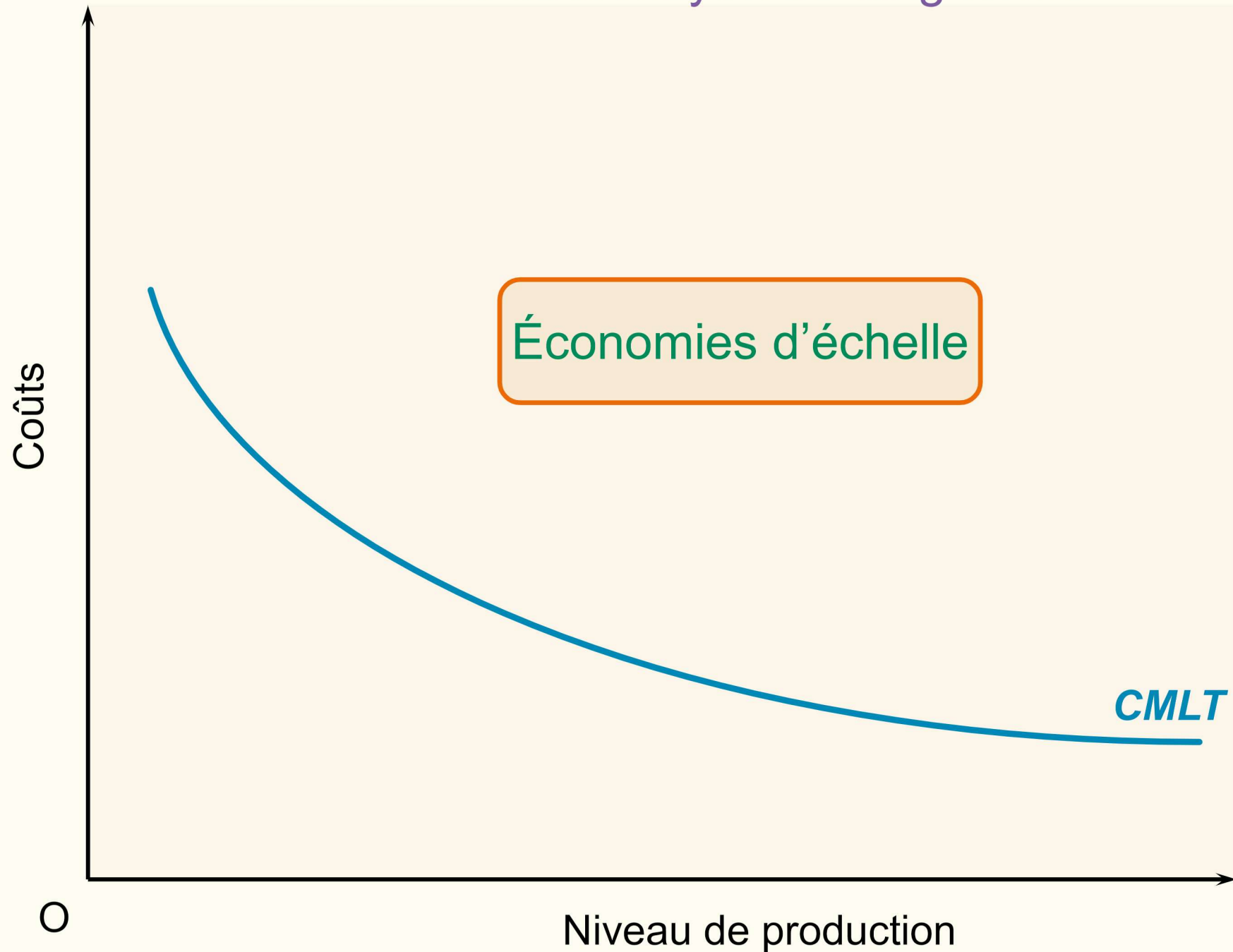
Conclusion

Le sentier d'expansion illustre comment ajuster les quantités de facteurs de production pour minimiser les coûts tout en augmentant la production pour les niveaux donnés $Q = 10, 20, 30$. Les solutions obtenues indiquent les combinaisons optimales de travail et de capital nécessaires à chaque niveau de production.

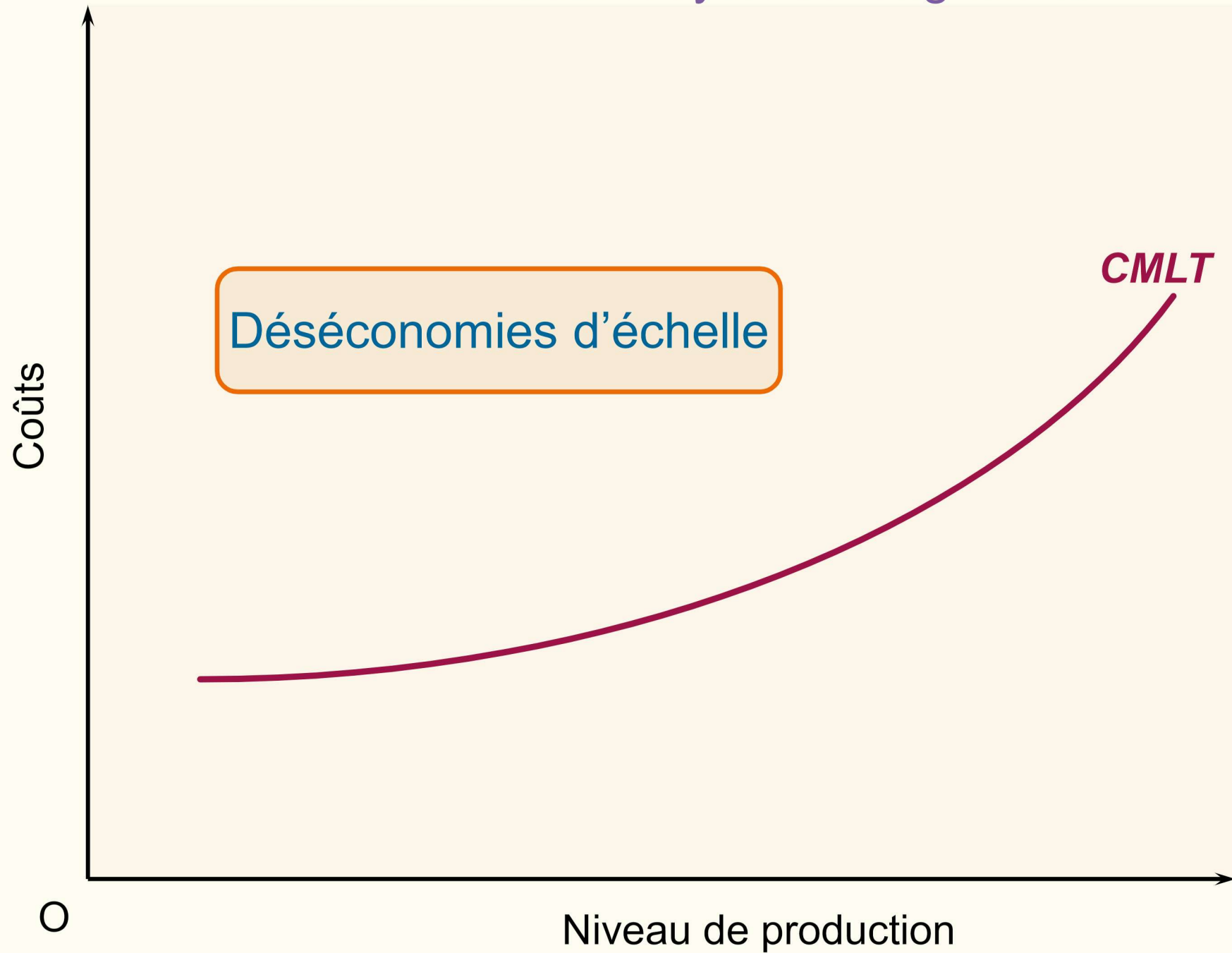
3. Les coûts de long terme

- Coûts moyen de long terme
 - $CMLT = CT / Q$

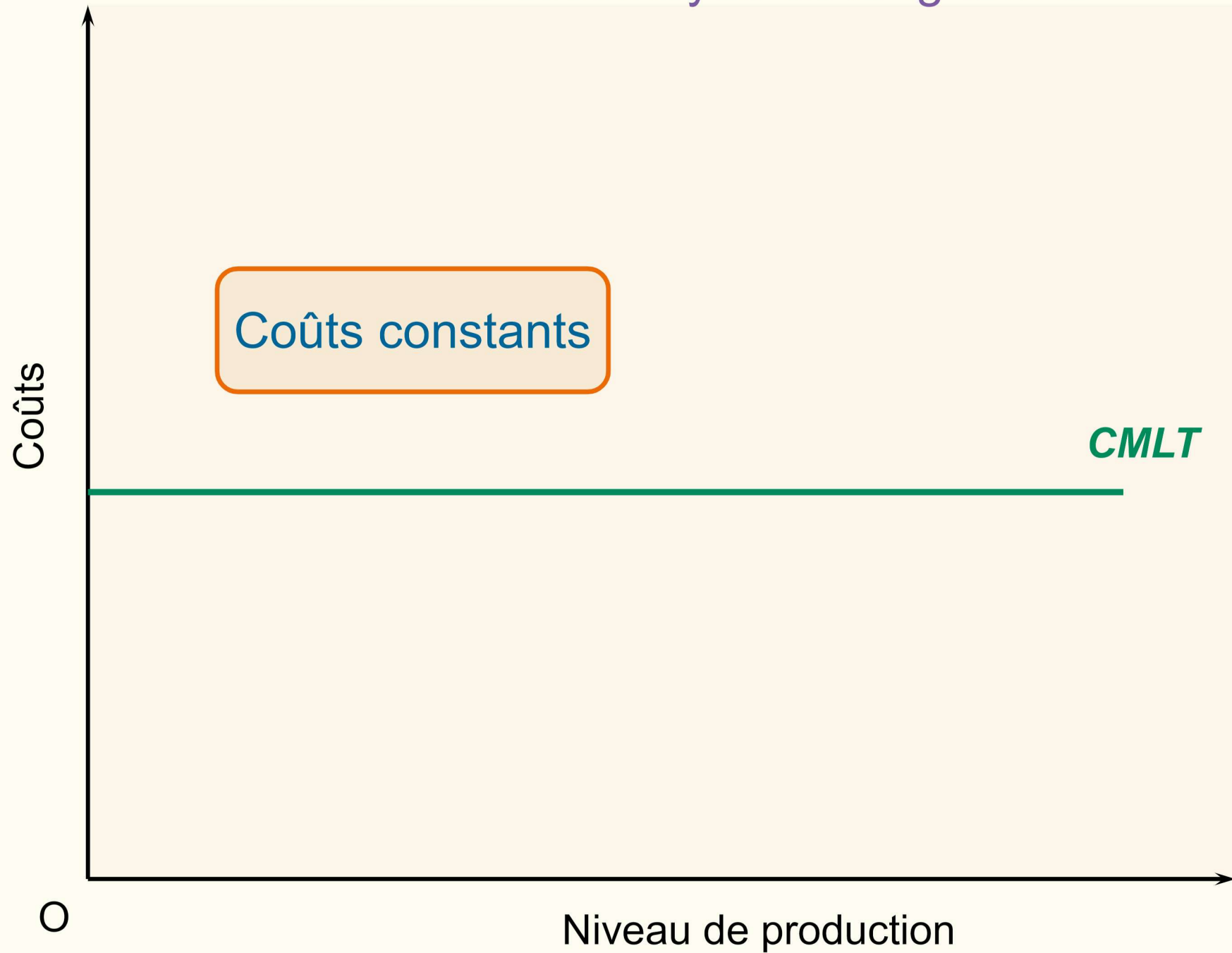
Courbes de coût moyen de long terme



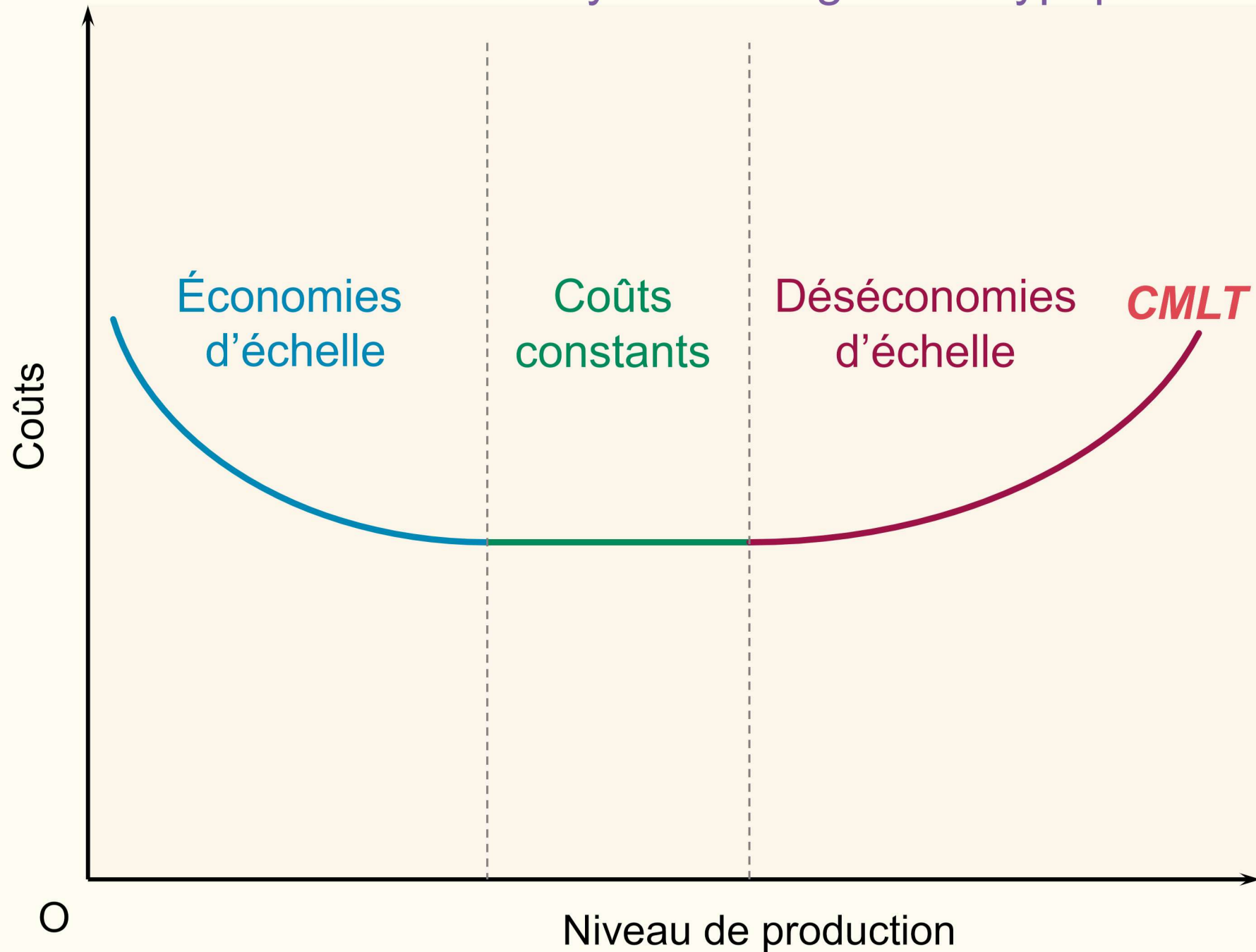
Courbes de coût moyen de long terme



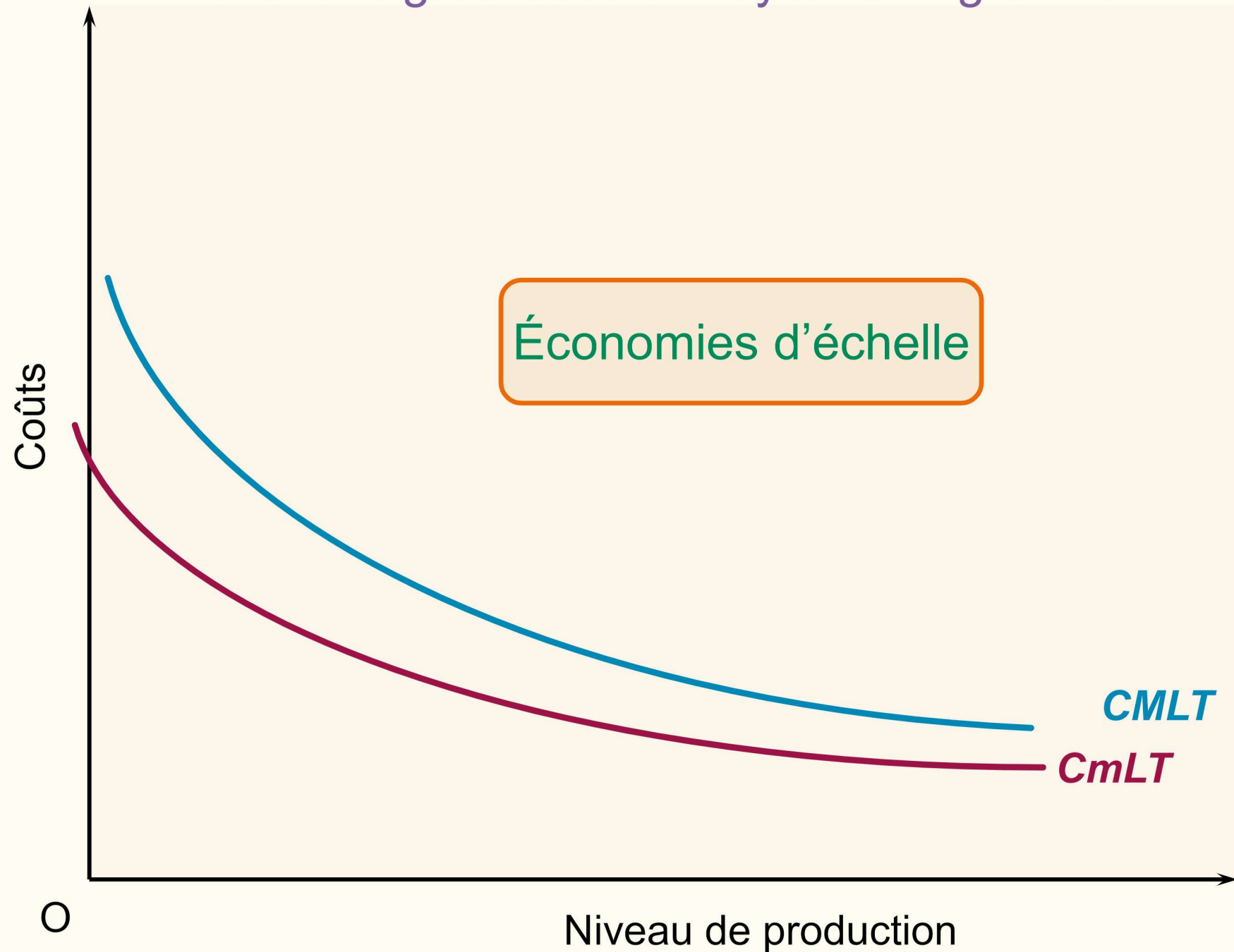
Courbes de coût moyen de long terme



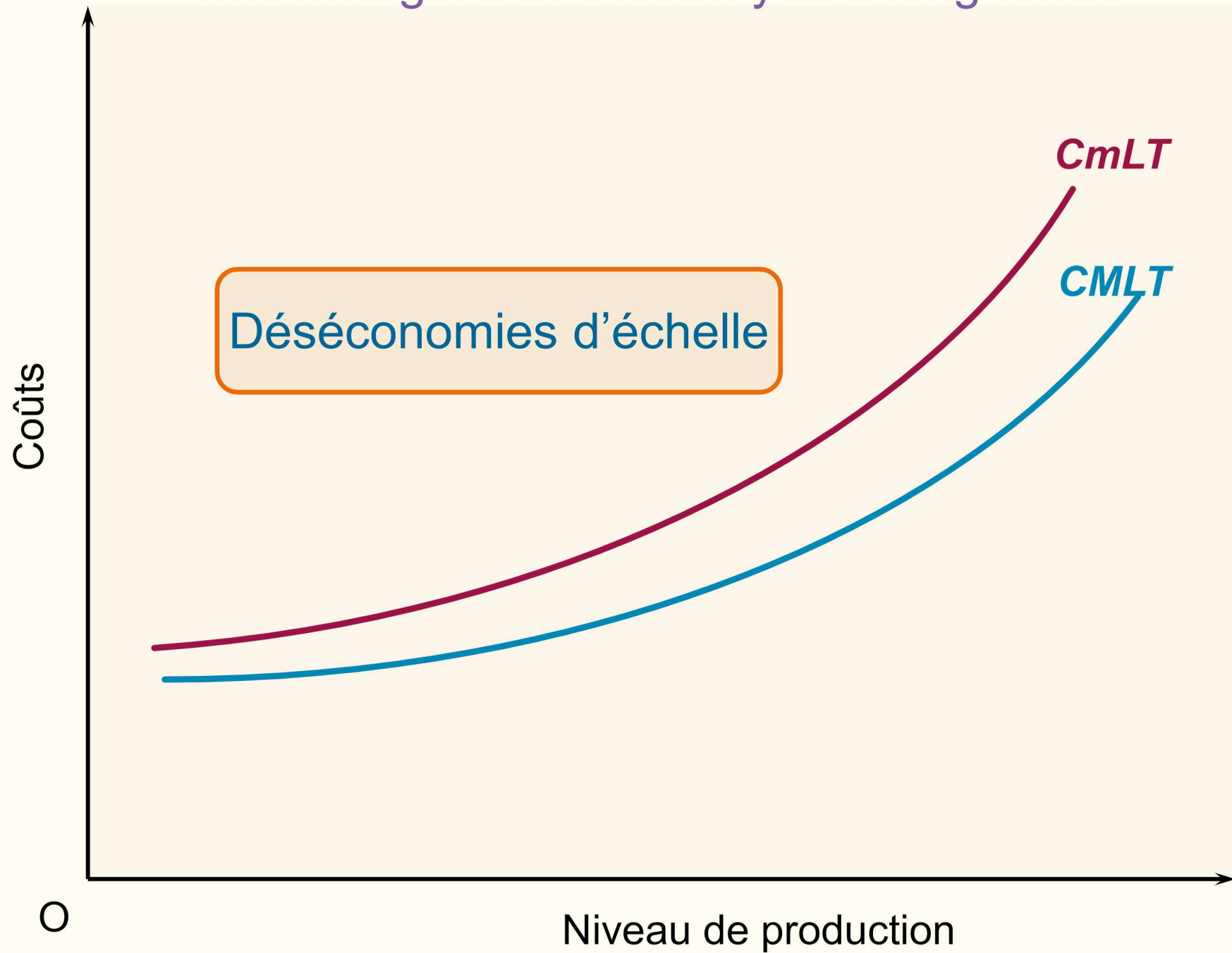
Courbe de coût moyen de long terme typique



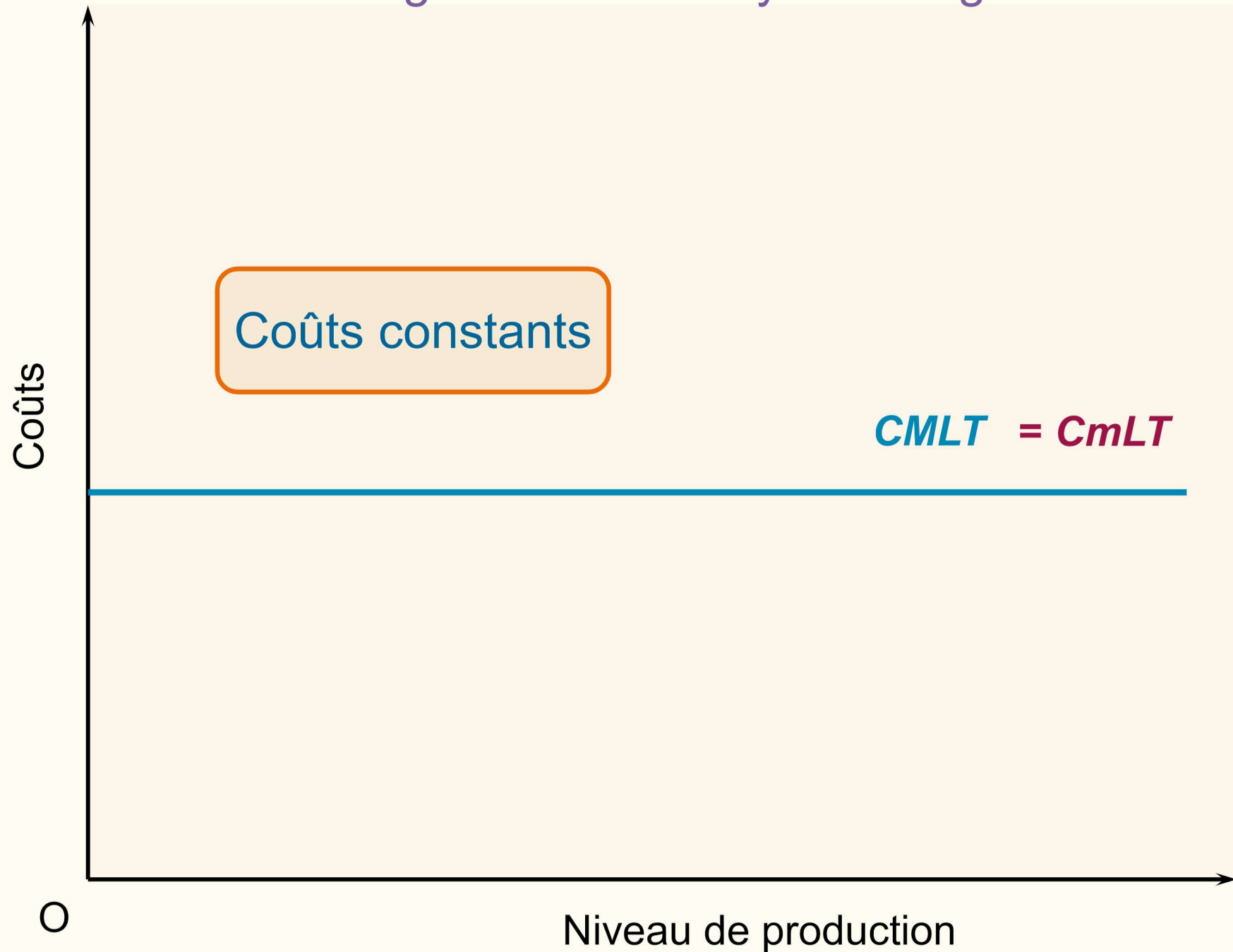
Coût marginal et coût moyen à long terme



Coût marginal et coût moyen à long terme



Coût marginal et coût moyen à long terme



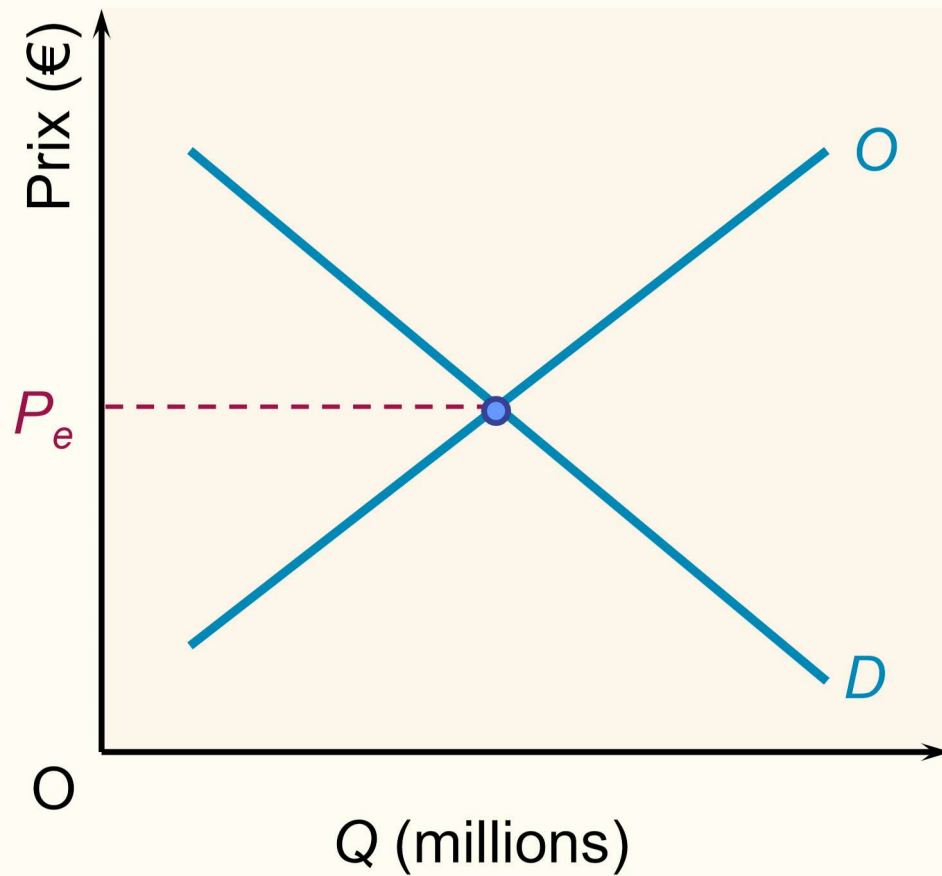
Les fondements de l'offre de biens et de services

4. Les recettes de l'entreprise

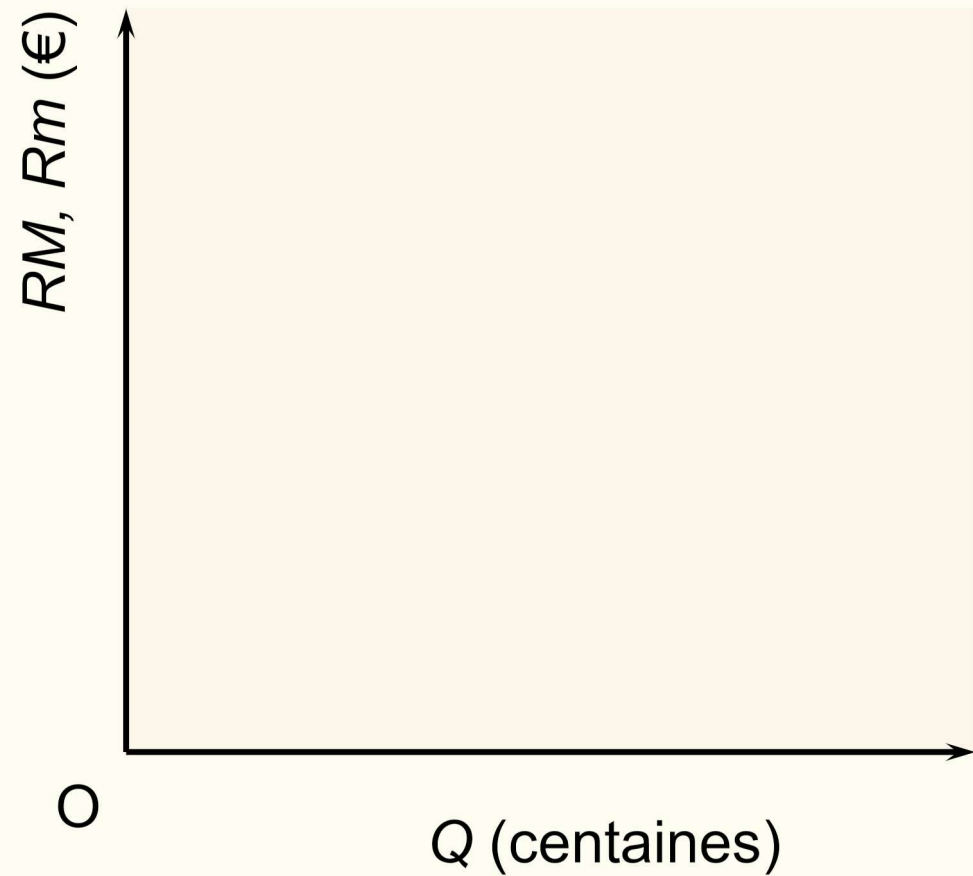
4. Les recettes de l'entreprise

- L'entreprise preneuse de prix
 - Recettes moyenne et marginale

Déduire les recettes moyenne et marginale : l'entreprise preneuse de prix



(a) Le marché



(b) L'entreprise